Грибовская Наталия Сергеевна

ТЕОРЕТИКО-КАТЕГОРНАЯ ХАРАКТЕРИЗАЦИЯ ЯЗЫКОВЫХ ЭКВИВАЛЕНТНОСТЕЙ ВРЕМЕННЫХ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ МОДЕЛЕЙ

1. ВВЕДЕНИЕ

В последнее десятилетие методы теории категорий активно используются для описания и изучения параллельных систем и процессов. Категория включает в себя множество моделей и морфизмы между ними, которые представляют собой некоторый вид моделирования. Часто такая теория используется для сравнения различных моделей.

Одним из наиболее важных понятий теории параллельного программирования является понятие эквивалентности между процессами. Поведенческие эквивалентности обычно используются при спецификации и верификации с целью сравнения поведения систем, а также упрощения их структуры. Наиболее известными из них являются языковые эквивалентности [1]. В этом случае эквивалентность формулируется в терминах равенства языков систем.

В работе [3] был предложен новый теоретико-категорный подход к исследованию эквивалентностей на примере бисимуляции. В рамках этого подхода эквивалентность представляется конструкцией открытых морфизмов. В дальнейшем этот подход стал использоваться и для определения других эквивалентностей (языковой, слабой и сильной бисимуляционной, бисимуляционной с сохранением истории и т.д.) [6].

В настоящее время резко возрос интерес к разработке и исследованию распределенных систем, функционирующих в режиме реального времени. Поэтому в литературе были сделаны попытки ввести понятие времени в эквивалентные отношения, чтобы позволить исследовать временные аспекты поведения систем. Так, например, в статье [2] методами теории категорий была решена проблема разрешимости временной бисимуляции для временных интерливинговых моделей — временных систем переходов, в работе [11] была приведена теоретико-категорная ха-

*Данная работа выполнена при поддержке Министерства образования Российской Федерации, грант № А03-2.8-353.

рактеризация временной интерливинговой языковой эквивалентности, а в статье [4] — временной частично-упорядоченной эквивалентности Пратта.

Цель данной работы состоит в разработке основы для построения временной частично упорядоченной языковой эквивалентности в контексте моделей реального времени с семантикой “истинного параллелизма” — временных структур событий (семантика “истинного параллелизма” в отличие от интерливинговой позволяет явным образом описывать и изучать отношение параллелизма между событиями систем). Исследуемая эквивалентность формулируется в терминах равенства временных частично-упорядоченных языков системы. Такая эквивалентность сильнее частично-упорядоченной эквивалентности Пратта в том смысле, что любые языково-эквивалентные временные структуры событий также будут являться и частично-упорядоченно эквивалентными по Пратту.

Статья организована следующим образом. Во втором разделе описывается модель временных структур событий и определяется временная языковая эквивалентность. В разд. 3 строится категория временных структур событий и приводятся некоторые свойства построенной категории. Разд. 4 посвящен теоретико-категорной характеризации. В частности, вводится понятие открытого морфизма и приводится его критерий. Далее определяется абстрактная эквивалентность в терминах существования симметричной конструкции открытых морфизмов и показывается совпадение временной языковой эквивалентности с введенной абстрактной эквивалентностью. Заключение можно найти в разд. 5.

2. ВРЕМЕННЫЕ СТРУКТУРЫ СОБЫТИЙ

В этом разделе определяются основные понятия и определения, касающиеся временных структур событий и языковой эквивалентности между ними.

Сначала напомним определение структуры событий [9]. Структура событий состоит из множества событий вместе с отношением причинной зависимости между ними. Более того, в модель введено отношение конфликта между событиями, что делает модель недетерминированной. Функция меток фиксирует действие, которое соответствует событию.

Пусть L — конечное множество действий. *(Помеченной) структурой событий* над L называется четверка $S = (E, \leq, \#, l)$, где E — это счетное множество событий; $\leq \subseteq E \times E$ — это частичный порядок (*от-*

ношение причинной зависимости), удовлетворяющий *принципу конечности причин*: $\forall e \in E \diamond \{e' \in E \mid e' \leq e\}$ — конечное множество; $\# \subseteq E \times E$ — симметричное и иррефлексивное отношение (*отношение конфликта*), удовлетворяющее *принципу наследования конфликта*: $\forall e, e', e'' \in E \diamond e \# e' \leq e'' \;\Rightarrow\; e \# e''$; $l : E \longrightarrow L$ — функция меток.

Для структуры событий $S = (E, \leq, \#, l)$ определим $\smile = (E \times E) \setminus (\leq \cup \leq^{-1} \cup \#)$ — *отношение параллелизма*. Пусть $C \subseteq E$. Тогда C — *лево-замкнутое* тогда и только тогда, когда $\forall e, e' \in E \diamond e \in C \;\wedge\; e' \leq e \Rightarrow e' \in C$; C — *бесконфликтное* тогда и только тогда, когда $\forall e,\; e' \in C \diamond \neg(e \# e')$; C — *конфигурация* S тогда и только тогда, когда C лево-замкнуто и бесконфликтно. Пусть $\mathcal{C}(S)$ обозначает множество всех конечных конфигураций S. Для $C \subseteq E$ *ограничение* S на C (обозначается $S \lceil C)$: $(C, \leq \cap (C \times C), \# \cap (C \times C), l \mid_C)$. Далее будем использовать запись $\mathcal{O}$ для обозначения пустой структуры событий $(\emptyset, \emptyset, \emptyset, \emptyset)$. Структура событий S называется *структурой событий без автопараллелизма*, если $\forall e, e' \in E_S \diamond ((e \smile_S \; e' \wedge l_S(e) = l_S(e')) \Rightarrow e = e')$. Далее будут рассматриваться только структуры событий без автопараллелизма.

Теперь представим модель временных структур событий, которая расширяет модель структур событий путем добавления раннего и позднего (относительно глобального времени) моментов выполнения каждого события. Выполнение временной структуры событий называется *временной конфигурацией*. Зафиксируем два множества, с которыми будем работать в дальнейшем. Пусть $\mathbf{N}$ обозначает множество натуральных чисел, а $\mathbf{R}$ — множество неотрицательных вещественных чисел.

Определение 1. (Помеченная) временная структура событий *над L — это тройка $TS = (S,\ Eot,\ Lot)$, где $S = (E, \leq, \#, l)$ — (помеченная) структура событий над L; $Eot,\ Lot : E \to \mathbf{R}$ — функции* раннего *и* позднего момента выполнения *событий, удовлетворяющие $Eot(e) \leq Lot(e)$ для всех $e \in E$.*

Временная структура событий *имеет корректное таймирование*, если $e' \leq_S e \Rightarrow Eot(e') \leq Eot(e)$, и $Lot(e') \leq Lot(e)$ для всех $e, e' \in E$. Далее рассматриваются только временные структуры событий с корректным таймированием.

Для изображения временных структур событий используются следующие соглашения. Метки-действия и временные ограничения, связанные с событием, рисуются рядом с последним. Если это не мешает пониманию, то для идентификации события будут использоваться только метки-действия.

Отношение причинной зависимости графически изображается дугами (исключая те, что получены по транзитивности), кроме того, рисуется отношение конфликта (исключая те, что получены по принципу наследования конфликта). Следуя этим соглашениям, приведем тривиальный пример временной структуры событий (см. рис. 1).

$$
TS_1 : \qquad \begin{array}{ccc}
[0,1] & & [0,2] \\
a : e_1 & \longrightarrow & b : e_2 \\
& & \\
& & \# \\
& & \\
c : e_3 & \longrightarrow & d : e_4 \\
[0,3] & & [0,3]
\end{array}
$$

Рис. 1. Пример временной структуры событий

Временные структуры событий TS и TS' *изоморфны* ($TS \simeq TS'$), если существует биекция $\varphi : E_{TS} \longrightarrow E_{TS'}$ такая, что $e \leq_{TS} e'$ тогда и только тогда, когда $\varphi(e) \leq_{TS'} \varphi(e')$, $e \#_{TS} e'$ тогда и только тогда, когда $\varphi(e) \#_{TS'} \varphi(e')$, $l_{TS}(e) = l_{TS'}(\varphi(e))$, $Eot_{TS}(e) = Eot_{TS'}(\varphi(e))$ и $Lot_{TS}(e) = Lot_{TS'}(\varphi(e))$ для всех $e, e' \in E_{TS}$.

В данной работе рассматривается частично-упорядоченная семантика, основанная на временных *pom*-множествах. Сначала определим *временное частично-упорядоченное множество* как временную структуру событий $TP = (S_{TP} = (E_{TP}, \leq_{TP}, \#_{TP}, \ l_{TP}), Eot_{TP}, Lot_{TP})$ такую, что $\#_{TP} = \emptyset$ и $Eot_{TP}(e) = Lot_{TP}(e)$ для всех $e \in E_{TP}$. Изоморфные классы временных частично-упорядоченных множеств называются *временными pom-множествами. Пустым временным pom-множеством* является $(\mathcal{O}, \emptyset, \emptyset)$. Будем использовать запись $\mathcal{TP}om_L$ для обозначения множества конечных временных *pom*-множеств, помеченных над L.

Пусть $TS = (S, Eot, Lot)$ — временная структура событий, $C \in \mathcal{C}(S)$, и $T : C \longrightarrow \mathbf{R}$. Тогда $TC = (C, T)$ есть *временная конфигурация* TS тогда и только тогда, когда выполнены следующие условия:
(i) $\forall\ e \in C \ \diamond\ Eot(e) \leq T(e) \leq Lot(e)$;
(ii) $\forall\ e, e' \in C \ \diamond\ e \leq_{TS} e' \ \Rightarrow\ T(e) \leq T(e')$.

Неформально, временная конфигурация состоит из конфигурации и временной функции, записывающей моменты выполнения событий относительно глобального времени. Эта функция удовлетворяет некоторым дополнительным требованиям: (i) событие может выполниться только в те моменты времени, которые заданы ее временными ограничениями; (ii) для всех событий e и e', которые произошли, если e' причин-но зависит от e, то e должна произойти раньше e'. *Начальная временная конфигурация* TS — это $TC_{TS} = (\emptyset, \emptyset)$. Будем писать $\mathcal{TC}(TS)$ для обозначения множества всех временных конфигураций TS. Чтобы проиллюстрировать это понятие, рассмотрим множество всех возможных временных конфигураций для временной структуры событий TS_1, изображенной на рис. 1: $\{(\emptyset, \emptyset)$, $(\{e_1\}, T_1)$, $(\{e_3\}, T_2)$, $(\{e_1, e_3\}, T_3)$, $(\{e_1, e_2\}, T_4)$, $(\{e_3, e_4\}, T_5)$, $(\{e_1, e_2, e_3\}, T_6)$, $(\{e_1, e_3, e_4\}, T_7)$, $\mid T_1(e_1) \in [0,1]$; $T_2(e_3) \in [0,3]$; $T_3(e_1) \in [0,1], T_3(e_3) \in [0,3]$; $T_4(e_1) \in [0,1]$, $T_4(e_2) \in [0,2]$, $T_4(e_1) \le T_4(e_2)$; $T_5(e_3), T_5(e_4) \in [0,3]$, $T_5(e_3) \le T_5(e_4)$; $T_6(e_1) \in [0,1]$, $T_6(e_2) \in [0,2]$, $T_6(e_3) \in [0,3]$, $T_6(e_1) \le T_6(e_2)$; $T_7(e_1) \in [0,1]$, $T_7(e_3), T_7(e_4) \in [0,3]$, $T_7(e_3) \le T_7(e_4)\}$.

Для временной конфигурации $TC = (C, T)$ *ограничение* TS на TC (обозначается как $TS\lceil TC$) определено как изоморфный класс $(S\lceil C, T)$. Для $TC_1 = (C_1, T_1), TC_2 = (C_2, T_2) \in \mathcal{TC}(TS)$ будем писать $TC_1 \longrightarrow TC_2$, если и только если $C_1 \subseteq C_2$, $T_2|_{C_1} = T_1$, и $\forall e \in C_1\ \forall e' \in (C_2 \setminus C_1) \diamond T_1(e) \le T_2(e')$; $TC_1 \xrightarrow{TP} TC_2$ тогда и только тогда, когда $TC_1 \longrightarrow TC_2$ и TP — изоморфный класс $(S_{TS}\lceil(C_2 \setminus C_1), T_2|_{(C_2 \setminus C_1)})$.

Множество $L_{tp}(TS) = \{TP \mid TC_{TS} \overset{TP}{\to} TC$ для некоторого $TC \in \mathcal{TC}(TS)\}$ называется *временным частично-упорядоченным языком* TS (*tp-язык*).

Теперь приведем определение языковой эквивалентности, основанное на временных *pom*-множествах (TP-эквивалентность), на множестве временных структур событий.

Определение 2. *Временные структуры событий* TS *и* TS' TP-*эквивалентны (обозначается* $TS \equiv_{TP} TS'$*) тогда и только тогда, когда* $L_{tp}(TS) = L_{tp}(TS')$.

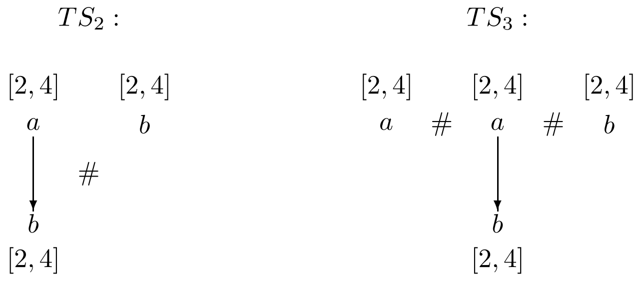

Рис. 2. TP-эквивалентные временные структуры событий

Рассмотрим временные структуры событий, изображенные на рис. 2, имеем $TS_2 \equiv_{TP} TS_3$, но $TS_1 \not\equiv_{TP} TS_2$, так как временное *pom*-множество $\overset{[t_1,t_1]}{c}$ ($t_1 \in [0,3]$) принадлежит $L_{tp}(TS_1)$, но не принадлежит $L_{tp}(TS_2)$.

3. КАТЕГОРИЯ ВРЕМЕННЫХ СТРУКТУР СОБЫТИЙ

В этом разделе определяется категория временных структур событий.

Для начала введем понятие морфизма между временными структурами событий.

Определение 3. Морфизм *между временными структурами событий* $TS = (E, \leq, \#, l, Eot, Lot)$ *и* $TS' = (E', \leq', \#', l', Eot', Lot')$, $\mu : TS \to TS'$ *— это функция* $\mu : E \to E'$ *такая, что:*

- $l' \circ \mu = l$;
- $TC = (C,T) \in \mathcal{TC}(TS) \;\Rightarrow\; (\mu\, C, T') \in \mathcal{TC}(TS')$ *с* $T' \circ \mu = T$, *и* $\forall e, e' \in C \diamond \mu(e) = \mu(e') \Rightarrow e = e'$; $\forall e, e' \in C \diamond \mu(e) < \mu(e') \Leftrightarrow e < e'$.

Для временной конфигурации $TC = (C,T)$ будем писать $\mu\, TC$ вместо $(\mu\, C, T')$ с $T' \circ \mu = T$.

Рассмотрим полезное свойство введенного морфизма.

Теорема 1. *Пусть* $\mu : TS \to TS'$ *— морфизм и* TP *— временное pom-множество. Если* $TC_{TS} \xrightarrow{TP} TC$ *в* TS, *тогда* $TC_{TS'} \xrightarrow{TP} \mu\, TC$ *в* TS'.

Доказательство. Следует из определений морфизма и отношения $\xrightarrow{TP}$. □

Следствие 1. *Пусть* $\mu : TS \to TS'$ *— морфизм и* $TS \in \mathcal{TC}(TS)$. *Тогда* $TS \lceil TC \approx TS' \lceil \mu\, TC$.

Теперь определим категорию временных структур событий следующим образом.

Определение 4. *Временная структура событий (помеченная над* L*) с морфизмами между ними формирует категорию временных структур событий* $\mathcal{TS}_L$, *в которой композиция морфизмов есть обычная композиция функций, а тождественный морфизм есть тождественная функция.*

Предложение 1. $\mathcal{TS}_L$ *— категория.*

Предложение 2. *Для временной структуры событий TS и временного pom-множества $TP = ((E_{TP}, \leq_{TP}, l_{TP}), Eot_{TP})$ любой временной конфигурации TC в TS такой, что $TC_{TS} \xrightarrow{TP} TC$, можно сопоставить только один морфизм $\mu : TP \to TS$ такой, что*
$$\mu\ (E_{TP}, Eot_{TP}) = TC.$$

4. ХАРАКТЕРИЗАЦИЯ

Следуя статье [3], выберем временные *pom*-множества и специальные морфизмы между ними в качестве полной подкатегории категории временных структур событий. Пусть $\mathcal{TP}^*_L$ обозначает подкатегорию категории $\mathcal{TP}_L$, в которой объекты принадлежат $\mathcal{TP}om_L$, а морфизмы — тождественные морфизмы или морфизмы с пустой областью определения. Теперь воспользуемся общей схемой, предложенной в работе [3], чтобы определить понятие отрытого морфизма.

Определение 5. *Морфизм $\mu : TS \to TS'$ в $\mathcal{TS}_L$ называется $\mathcal{TP}^*_L$-открытым тогда и только тогда, когда из существования морфизмов $\mu' : TP \to TP'$ в $\mathcal{TP}^*_L$, $\mu'' : TP \to TS$ и $\mu''' : TP' \to TS''$ в $\mathcal{TS}_L$ таких, что $\mu \circ \mu'' = \mu''' \circ \mu'$, следует существование морфизма $\widetilde{\mu} : TP' \to TS$ в $\mathcal{TS}_L$ такого, что $\mu'' = \widetilde{\mu} \circ \mu'$ и $\mu''' = \mu \circ \widetilde{\mu}$.*

Далее приведем характеризацию $\mathcal{TP}^*_L$-открытости для морфизмов.

Теорема 2. *Морфизм $\mu : TS \to TS'$ является $\mathcal{TP}^*_L$-открытым тогда и только тогда, когда для любого временного pom-множества TP верно: если $TC_{TS'} \xrightarrow{TP} TC'$ в TS', то $TC_{TS} \xrightarrow{TP} TC$ в TS и $\mu\, TC = TC'$.*

Доказательство. Проводится по стандартной схеме с использованием определения морфизма и Предложения 2. □

Теперь введем абстрактное понятие бисимуляции, используя открытые морфизмы.

Определение 6. *Временные структуры событий TS_1 и TS_2 называются $\mathcal{TP}^*_L$-бисимуляционными, если и только если существует конструкция $\mathcal{TP}^*_L$-открытых морфизмов $TS_1 \xleftarrow{\mu} TS \xrightarrow{\mu'} TS_2$ с вершиной TS.*

Заметим, что из Теоремы 3 (см. ниже) следует, что $\mathcal{TP}^*_L$-бисимуляция является отношением эквивалентности.

Теорема 3. *Пусть $\mu_1 : TS_1 \to TS$ и $\mu_2 : TS_2 \to TS$ — $\mathcal{TP}^*_L$-открытые морфизмы. Тогда существует временная структура собы-*

тий TS_x*, и* $\mathcal{TP}_L^*$*-открытые морфизмы* $\mu_1' : TS_x \to TS_1$*,* $\mu_2' : TS_x \to TS_2$ *такие, что* $\mu_1 \circ \mu_1' = \mu_2 \circ \mu_2'$.

Доказательство. Без ограничения общности считаем, что $TS_i = (E_i, \leq_i, \#_i, l_i, Eot_i, Lot_i)$ для $i \in \{1,2\}$.

Для начала построим временную структуру событий

$$TS_x = +(TS_{TC_1 \times TC_2} \mid TC_i = (C_i, T_i) \in \mathcal{TC}(TS_i)$$

для всех $i \in \{1,2\}$, $\mu_1\ TC_1 = \mu_2\ TC_2)$, где $TS_{TC_1 \times TC_2} = (E_{TC_1 \times TC_2}, \leq_{TC_1 \times TC_2}, \#_{TC_1 \times TC_2}, l_{TC_1 \times TC_2}, Eot_{TC_1 \times TC_2}, Lot_{TC_1 \times TC_2})$ определена так:

- $E_{TC_1 \times TC_2} = \{(e_1, e_2)_{TC_1 \times TC_2} \in C_1 \times C_2 \mid \mu_1(e_1) = \mu_2(e_2)\}$;
- $(e_1, e_2)_{TC_1 \times TC_2} \leq_{TC_i} (e_1', e_2')_{TC_1 \times TC_2} \iff e_i \leq_i e_i'$ для всех $i \in \{1,2\}$;
- $\#_{TC_1 \times TC_2} = \emptyset$;
- $l_{TC_1 \times TC_2}((e_1, e_2)_{TC_1 \times TC_2}) = l_i(e_i)$ для некоторого $i \in \{1,2\}$;
- $Eot_{TC_1 \times TC_2}((e_1, e_2)_{TC_1 \times TC_2}) = T_i(e_i)$ для некоторого $i \in \{1,2\}$;
- $Lot_{TC_1 \times TC_2}((e_1, e_2)_{TC_1 \times TC_2}) = T_i(e_i)$ для некоторого $i \in \{1,2\}$.

Здесь и далее, "+" обозначает алгебраическую операцию, которая означает, что все события одной компоненты находятся в отношении конфликта (#-отношение) со всеми событиями другой компоненты. По построению получаем, что TS_x действительно является временной структурой событий (имеющей корректное таймирование).

Далее, определяем отображения $\mu_i' : TS_x \longrightarrow TS_i$ следующим образом: $\mu_i'(e_1, e_2) = e_i$ $(i = 1, 2)$. Легко проверить, что эти отображения являются морфизмами. Равенство $\mu_1 \circ \mu_1' = \mu_2 \circ \mu_2'$ немедленно следует из построения TS_x и определения μ_i' $(i \in \{1,2\})$.

Наконец, покажем, что μ_i' является TP_L^*-открытым морфизмом $(i \in \{1,2\})$. Предположим, что $TC_{TS_i} \overset{TP}{\to} TC_i$ в TS_i, тогда по Теореме 1 имеем: $TC_{TS} \overset{TP}{\to} \mu_i\ TC_i$ в TS. Это влечет следующий факт: $TC_{TS_{3-i}} \overset{TP}{\to} TC_{3-i}$ в TS_{3-i} и $\mu_i\ TC_i = \mu_{3-i}\ TC_{3-i}$, согласно Теореме 2. Тогда можно построить $TS_{TC_1 \times TC_2}$ как часть TS_x. Легко видеть, что $TC_x = (E_{TC_1 \times TC_2}, Eot_{TC_1 \times TC_2}) \in \mathcal{TC}(TS_x)$ и $TS_x \lceil TC_x \simeq TS_i \lceil TC_i$. Это означает, что $TC_{TS_x} \overset{TP}{\to} TC_x$ в TS_x. Более того, верно следующее: $\mu_i'\ TC_x = TC_i$ по определению μ_i'. Таким образом, μ_i' действительно TP_L^*-открытый морфизм $(i \in \{1,2\})$, по Теореме 2. □

Установим совпадение абстрактной бисимуляции и временной языковой эквивалентности.

Теорема 4. *Пусть TS_1 и TS_2 — временные структуры событий. TS_1 и TS_2 $\mathcal{TP}_L^*$-бисимуляционны тогда и только тогда, когда они TP-эквивалентны.*

Доказательство.

($\Rightarrow$) Пусть $TS_1 \overset{\mu_1}{\leftarrow} TS \overset{\mu_2}{\rightarrow} TS_2$ — конструкция TP_L^*-открытых морфизмов. Нам нужно показать, что $L_{tp}(TS_1) = L_{tp}(TS_2)$. Докажем, что $L_{tp}(TS_1) \subseteq L_{tp}(TS_2)$. Доказательство того, что $L_{tp}(TS_2) \subseteq L_{tp}(TS_1)$ симметрично. Возьмем произвольное $TP \in L_{tp}(TS_1)$. Это означает, что $TC_{TS_1} \overset{TP}{\rightarrow} TC_1$ в TS_1. По Теореме 2 получаем, что $TC_{TS} \overset{TP}{\rightarrow} TC$ в TS и $\mu_1\ TC = TC_1$, так как μ_1 — открытый морфизм. По Теореме 1 следует, что $TC_{TS_2} \overset{TP}{\rightarrow} \mu_2\ TC$ в TS_2, т. е. $TP \in L_{tp}(TS_2)$. Таким образом, $L_{tp}(TS_1) = L_{tp}(TS_2)$.

($\Leftarrow$) Пусть $L_{tp}(TS_1) = L_{tp}(TS_2)$. Без ограничения общности можно считать, что $TS_i = (E_i,\ \leq_i,\ \#_i,\ l_i,\ Eot_i,\ Lot_i)$ для $i \in \{1,2\}$.

Сначала построим структуру $TS = +(TS_{TC_1 \times TC_2} \mid TC_i = (C_i, T_i) \in \mathcal{TC}(TS_i)$ для всех $i \in \{1,2\}$, $TS_1\lceil TC_1 \simeq TS_2\lceil TC_2)$, где $TS_{TC_1 \times TC_2} = (E_{TC_1 \times TC_2},\ \leq_{TC_1 \times TC_2},\ \#_{TC_1 \times TC_2},\ l_{TC_1 \times TC_2},\ Eot_{TC_1 \times TC_2},\ Lot_{TC_1 \times TC_2})$ определена так:

- $E_{TC_1 \times TC_2} = \{(e_1, e_2)_{TC_1 \times TC_2} \in C_1 \times C_2 \mid \phi : TS_i\lceil TC_i \longrightarrow TS_{3-i}\lceil TC_{3-i}$, ϕ — изоморфизм и $\phi(e_i) = e_{3-i}$ для некоторого $i \in \{1,2\}\}$;
- $(e_1, e_2)_{TC_1 \times TC_2} \leq_{TC_i} (e_1', e_2')_{TC_1 \times TC_2} \iff e_i \leq_i e_i'$ для всех $i \in \{1,2\}$;
- $\#_{TC_1 \times TC_2} = \emptyset$;
- $l_{TC_1 \times TC_2}((e_1, e_2)_{TC_1 \times TC_2}) = l_i(e_i)$ для некоторого $i \in \{1,2\}$;
- $Eot_{TC_1 \times TC_2}((e_1, e_2)_{TC_1 \times TC_2}) = T_i(e_i)$ для некоторого $i \in \{1,2\}$;
- $Lot_{TC_1 \times TC_2}((e_1, e_2)_{TC_1 \times TC_2}) = T_i(e_i)$ для некоторого $i \in \{1,2\}$.

Далее определим отображения $\mu_i : TS \longrightarrow TS_i$ следующим образом: $\mu_i(e_1, e_2) = e_i$ $(i = 1, 2)$. Легко проверить, что μ_1 и μ_2 являются морфизмами.

Наконец, проверим, что μ_i — TP_L^*-открытый морфизм $(i \in \{1,2\})$. Пусть $TC_{TS_i} \overset{TP}{\rightarrow} TC_i$ в TS_i. Тогда $TP \in L_{tp}(TS_1)$. Так как $L_{tp}(TS_1) = L_{tp}(TS_2)$, то $TC_{TS_{3-i}} \overset{TP}{\rightarrow} TC_{3-i}$ в $TS_{TS_{3-i}}$ для некоторой временной конфигурации TC_{3-i}. Это означает, что $TS_i\lceil TC_i \simeq TS_{3-i}\lceil TC_{3-i}$. Тогда можно построить $TS_{TC_1 \times TC_2}$ как часть TS. Легко видеть, что $TC = (E_{TC_1 \times TC_2}, Eot_{TC_1 \times TC_2}) \in \mathcal{TC}(TS)$, и $TS\lceil TC \simeq TS_i\lceil TC_i$. Это означает, что $TC_{TS} \overset{TP}{\rightarrow} TC$ в TS. Кроме того, имеем $\mu_i\ TC = TC_i$ в силу определения μ_i. Таким образом, μ_i — TP_L^*-открытый морфизм ($i \in \{1, 2\}$) по Теореме 2. □

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В этой работе сделана попытка применить методы теории открытых морфизмов [3] при исследовании языковых эквивалентностей временных моделей с семантикой "истинного параллелизма". В частности, получена теоретико-категорная характеризация наиболее известной эквивалентности — временной языковой эквивалентности — для временных структур событий. В дальнейшем планируется расширить полученный результат на временные варианты частично-упорядоченной бисимуляционной и тестовой эквивалентностей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Hoare C.A.R.** Communicating Sequential Processes. — Prentice-Hall, 1985.
2. **Hune T., Nielsen M.** Timed bisimulation and open maps // Lect. Notes Comput. Sci. — Berlin etc., 1998. — Vol. 1450. — P. 378–387.
3. **Joyal A., Nielsen M., Winskel G.** Bisimulation from open maps // Information and Computation. — 1996. — Vol. 127, N 2. — P. 164–185.
4. **Virbitskaite I. B., Gribovskaja N. S.** Open Maps and Trace Semantics for Timed Partial Order Models // Lect. Notes Comput. Sci. — Berlin etc., 2003. — Vol. 2890. — P. 248–259.
5. **Murphy D.** Time and duration in noninterleaving concurrency // Fundamenta Informaticae. — 1993. — Vol. 19. — P. 403–416.
6. **Nielsen M., Cheng A.** Observing behaviour categorically // Lect. Notes Comput. Sci. — Berlin etc., 1996. — Vol. 1026. — P. 263–278.
7. **Nielsen M., Winskel G.** Petri nets and bisimulation // Theor. Comput. Sci. — 1996. — Vol. 153.
8. **Weise C., Lenzkes D.** Efficient scaling-invariant checking of timed bisimulation // Lect. Notes Comput. Sci. — Berlin etc., 1997. — Vol. 1200. — P. 176–188.
9. **Winskel G.** An introduction to event structures //Lect. Notes Comput. Sci. — Berlin etc., 1988. — Vol. 354. — P. 364–397.
10. **Winskel G., Nielsen M.** Models for concurrency // Handbook of Logic in Comput. Sci. — 1995. — Vol. 4.
11. **Москалева Н.** Теоретико-категорная характеризация трассовой эквивалентности временных параллельных моделей. — Новосибирск, 2002. — с.22. — (Препр. / ИСИ СО РАН; N 99).